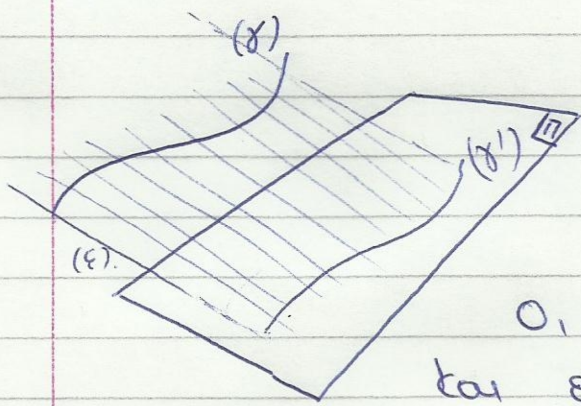
• Να βρεθεί η εξίσωση προβολής της καμπύλης

$$(\gamma):\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x+3y+z=2 \end{cases} \quad \text{στο} \quad (\pi): x-y+z=0.$$

<u>ΛΥΣΗ</u>



Το $\vec{n}=(1,-1,1) \perp (\pi)$
άρα το $\vec{n} \parallel (\varepsilon)$ με (ε)
οι ευθείες που χρειάζονται
για να προβληθεί η (γ) στο (π)
Οι (ε) ονομάζονται γενέτειρες
και έχουν την εξής μορφή:

$$(\varepsilon): \frac{x-k}{1} = \frac{y-\lambda}{-1} = \frac{z-\mu}{1}, \quad \text{με } P(k,\lambda,\mu)\in(\varepsilon)$$

Θέτουμε την (ε): ίση με t, άρα παίρνουμε ότι:

$k = x-t$, $\lambda = y+t$ και $\mu = z-t$

Αλλά, το $P(k,\lambda,\mu)\in(\gamma)$

Άρα, ισχύει ότι:

$$k^2+\lambda^2+\mu^2=4 \quad \text{και} \quad k+3\lambda+\mu=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-t)+3(y+t)+(z-t)=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t = x+3y+z-2} \quad (1)$$

Άρα, η σχέση $k^2+\lambda^2+\mu^2=4$ είναι

$$(x-t)^2+(y+t)^2+(z-t)^2=4 \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow (-3y-z+2)^2+(4y+x+z-2)^2+(-x-3y+2)^2=4 \quad (2)$$

Άρα, η εξίσωση της προβάλλουσας επιφάνειας είναι.

$$(\gamma'):\begin{cases} x-y+z=0 \\ (2) \end{cases}$$